

浅谈量子信息与量子计算

张堃

西北大学 物理学院

2023 年 5 月 18 日

目录

- 什么是量子信息 (quantum information) ?
- 为什么要研究量子信息 ?
- 什么是量子计算 (quantum computation) ?
- 为什么要研究量子计算 ?
- 总结与展望

什么是信息?

- 当我们从**不知道**到**知道**, 我们就获得了**信息** (information)。

不知道 \rightarrow 知道

- 一件事情我们知道的越少, 这件事情对于我们来说**随机性**就越大 (more random), **混乱度**越高 (more chaotic)。
 - 明天太阳从东边升起: $p_{\text{太阳东边升起}} \rightarrow 1$ 。
 - 抛一枚硬币, 硬币国徽向上: $p_{\text{硬币国徽向上}} \rightarrow 0.5$ 。

信息论

- **信息论** (information theory) 是研究信息的度量, 储存, 传输等方面的应用学科。
- 信息论中用**香农熵** (Shannon entropy) 度量**随机变量** X (random variable) 信息的大小。

$$H(X) = - \sum_{x \in X} p_x \log p_x.$$

- $H(\text{太阳明天哪边升起}) \approx 0$ 。
- $H(\text{抛硬币的朝向}) \approx 1$ 。



Claude E. Shannon, 1916 年 4 月 30 日—2001 年 2 月 24 日。

量子力学

- 在量子力学 (quantum mechanics) 中, 系统由态 $|\psi\rangle$ (state) 描述。态可以表示为其它态的叠加 (superposition), 例如

$$|\psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|0\rangle + |1\rangle)$$

- 由系统态 $|\psi\rangle$ 可以预测测量系统结果的概率。
 - 测量系统是否处于 $|\psi\rangle$ 态, 其结果概率是 1;
 - 测量系统是否处于 $|0\rangle$ 态, 其结果概率是 0.5。
- 随机性是量子力学的内禀属性 (intrinsic property)。

SCHRÖDINGER'S CAT IS
ALIVE



薛定谔的猫 (Shrödinger's cat)

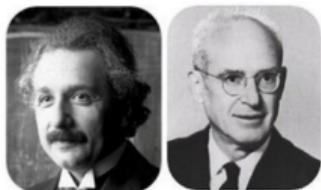
量子纠缠



A. Einstein

B. Podolsky

N. Rosen



A. Einstein

N. Rosen

EPR=ER 猜想 (EPR conjecture)

- **量子纠缠** (quantum entanglement) 是一类经典无法描述的量子关联现象。
- 考虑 A 系统和 B 系统的叠加态

$$|\phi\rangle_{AB} = \frac{1}{\sqrt{2}} (|01\rangle_{AB} - |10\rangle_{AB})$$

系统 A 处于 $|0\rangle$ ($|1\rangle$) 态, 那么系统 B 一定处于 $|1\rangle$ ($|0\rangle$) 态。

- 量子纠缠的关联性与空间距离没有关系 (spooky action at a distance)。
- 量子纠缠的精髓在于**不确定中的确定** (随机性的关联)。

量子信息

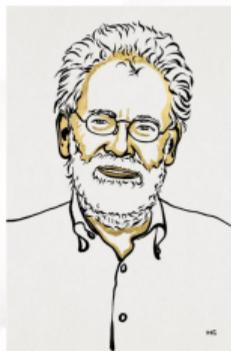
- **量子信息**是**量子力学**与**信息论**的交叉结合。以信息为研究对象，以量子系统作为信息载体，探索基本物理问题，研究信息处理相关的实际应用。
- 量子信息的核心是**量子纠缠**。
- 2022 年诺贝尔物理学奖授予了 Alain Aspect, John F. Clauser 和 Anton Zeilinger, 以表彰他们在验证贝尔不等式和对量子信息理论的开创性贡献。



Alain Aspect



John F. Clauser



Anton Zeilinger

量子信息论

- 量子信息论中, 香农熵的推广为**冯诺依曼熵** (von-Neumann entropy), 刻画了量子态中信息的大小。

$$S(\rho) = -\text{Tr}\rho \ln \rho.$$

- 对于纠缠态 $|\phi\rangle_{AB}$, 其整体冯诺依曼熵是 0, 子系统 A 或 B 的冯诺依曼熵均为 $\ln 2$ 。
- 子系统的冯诺依曼熵度量了系统之间纠缠的大小, 称为**纠缠度量** (entanglement measure)。



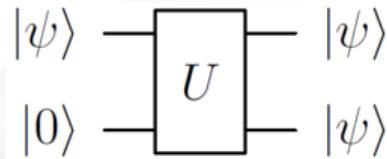
John von Neumann, 1903 年 12 月 28 日—1957 年 2 月 8 日。

量子不可克隆定理



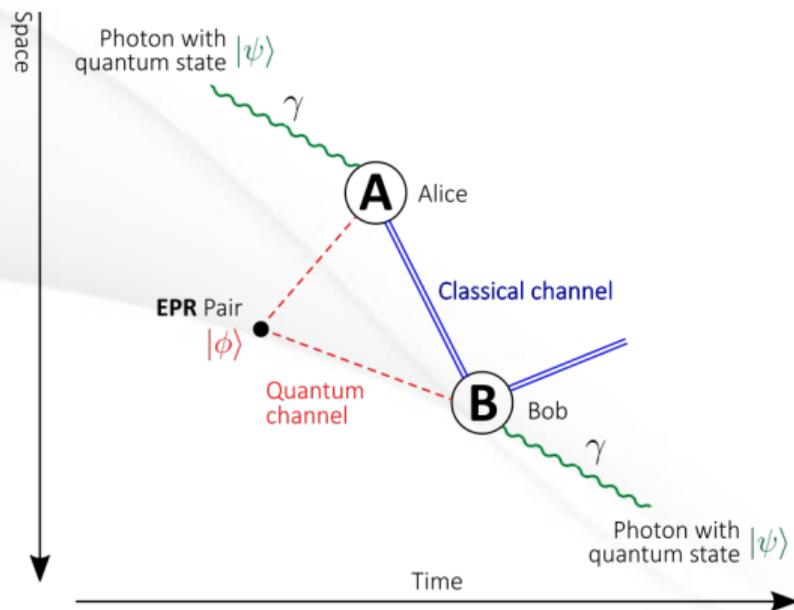
不可克隆定理 (No-cloning theorem): 对于未知态 $|\psi\rangle$, 无法实现拷贝。

- 经典信息可以复制。量子信息不可复制。
- 量子态被测量后变成经典信息 0,1。
- 量子演化是线性幺正变换 (unitary transformation), 满足 $UU^\dagger = I$ 。



W. K. Wootters and W. H. Zurek,
Nature 299, 802-803 (1982).

量子隐形传递



Teleportation of a photon (from "Teleporting an Unknown Quantum State via Dual Classical and Einstein-Podolsky-Rosen Channels, Phys. Rev. Lett. 70, 1895-1899 (1993)")

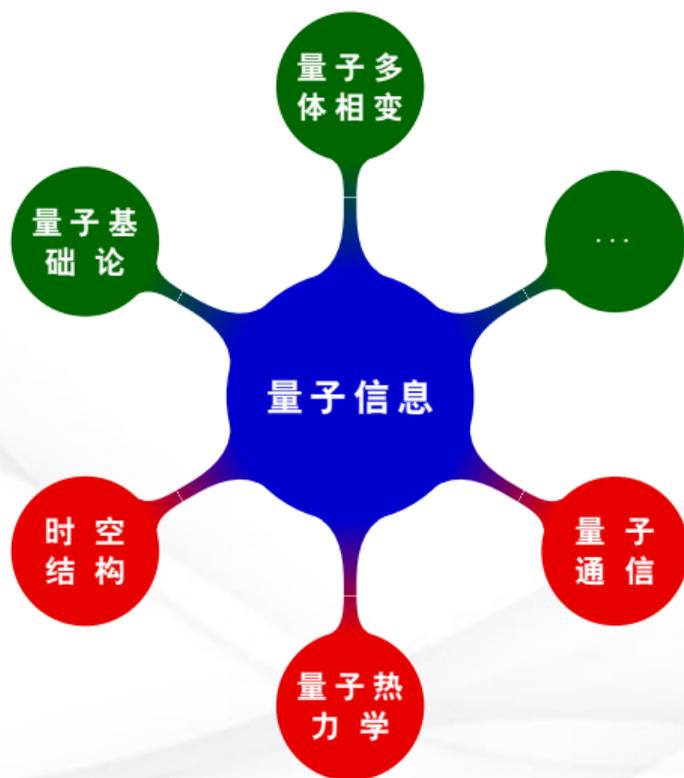
量子隐形传递 (quantum teleportation): 通过消耗量子纠缠, 可以实现未知量子态的非接触传输。

- 量子隐形传递是信息的传递, 不是物质的传输。
- 量子隐形传递过程中没有态信息的拷贝。
- 量子隐形传递无法实现超光速信息传输。

问题或评论

任何问题或评论？

为什么要研究量子信息?



量子通信



量子通信 (Quantum communication): 从量子力学原理出发, 以量子系统为载体, 设计并实现绝对安全的通信方法。

- 不可克隆定理是量子通信绝对安全的基础。
- 量子纠缠提供了通信新的方法。
- 现阶段, 量子通信的主要瓶颈在于信息传输效率过低。

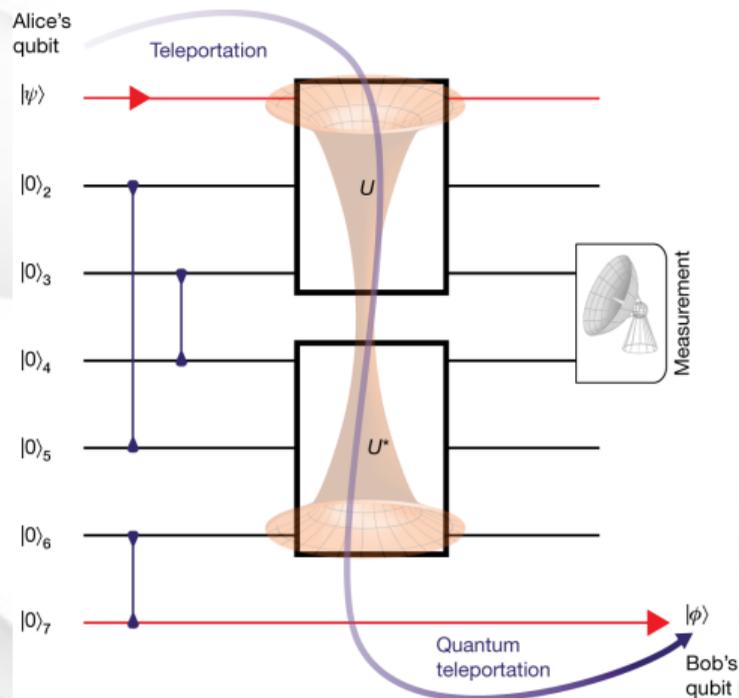
量子热力学

量子热力学 (quantum thermodynamics): 探索热力学与量子理论的结合, 研究经典热力学的微观起源问题。

- **麦克斯韦妖** (Maxwell's demon) 假想实验揭示了信息与热力学的关系。**量子纠缠**和**量子相干** (quantum coherence) 为设计量子热机, 量子电池提供了新的资源。
- 量子热力学给予了功, 热, **熵产生** (entropy production) 等热力学概念新的诠释和理解。
- **时间箭头** (arrow of time) 与量子纠缠的演化有着密切的关系。



时空结构

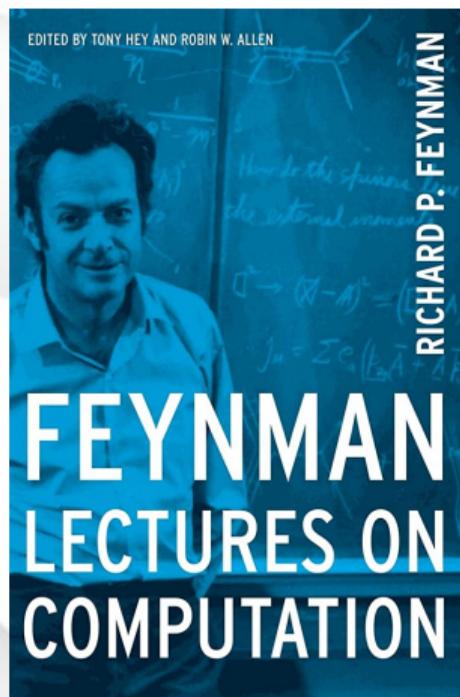


- **黑洞信息详谬** (blackhole information paradox): 纠缠粒子对中的一个粒子掉入黑洞后, 纠缠信息去了哪里?
- 量子场论中的量子信息: 怎样在**量子场论** (quantum field theory) 框架下描述量子信息?
- 量子纠缠起源问题: 量子纠缠是否代表了时空结构的性质 (EPR=ER)?

问题或评论

任何问题或评论？

什么是计算？

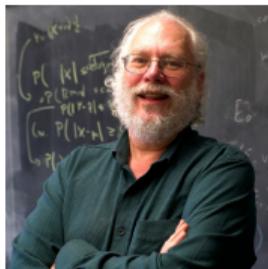


- **计算** (computation): 给定**输入** (input), 根据既定的规则, 得到**输出** (output) 的过程。规则也被称为**算法** (algorithm)。
- **比特** (bit): **二进制数** (binary digit) 0 和 1 称为比特。
- **计算复杂度** (computational complexity): 算法给出输出需要的资源大小与输入数据规模大小之间的关系。
 - 给定 n 个正整数, 找出其中最大的数。穷举法的复杂度为 $O(n)$;
 - 给定 n 比特长度的正整数, 找出其质因数; 已知最有效率的经典算法复杂度为 $2^{O(n^{1/3})}$ 。

量子计算



David E. Deutsch, 1953 年 5 月 18 日 (70 岁)

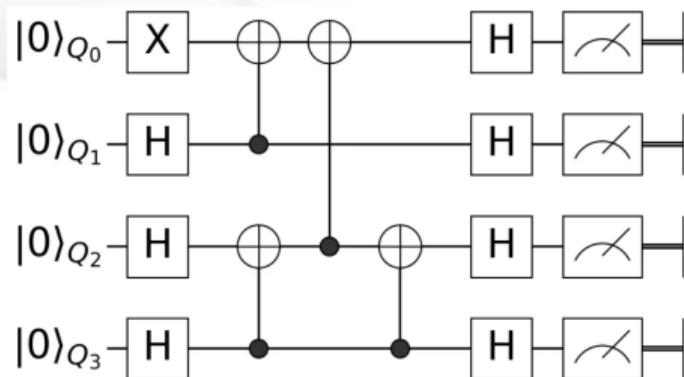


Peter W. Shor, 1959 年 8 月 14 日 (63 岁)

- **量子计算** (quantum computation): 基于量子力学原理, 实现具体计算任务。
- **量子比特** (quantum bit): 二进制量子态称为量子比特, 例如 $|\psi\rangle = \alpha|0\rangle + \beta|1\rangle$ 。
- **量子算法** (quantum algorithm): 操控量子比特实现计算任务的方案称为量子算法。
 - Deutsch 算法: 第一个被设计出超越经典的量子算法。
 - Shor 算法: 实现质因数分解, 其算法复杂度为 $O(n^3)$ 。

量子线路模型

量子线路模型 (quantum circuit model): 通过直接作用**量子门** (quantum gate) 在量子比特上实现量子计算的方案。



- 输入: n 量子比特 $|00\cdots 0\rangle$ 。
- 量子门: 么正变换, 即 $2^n \times 2^n$ 的么正矩阵。
- 输出: 量子比特测量的概率分布。

量子云计算

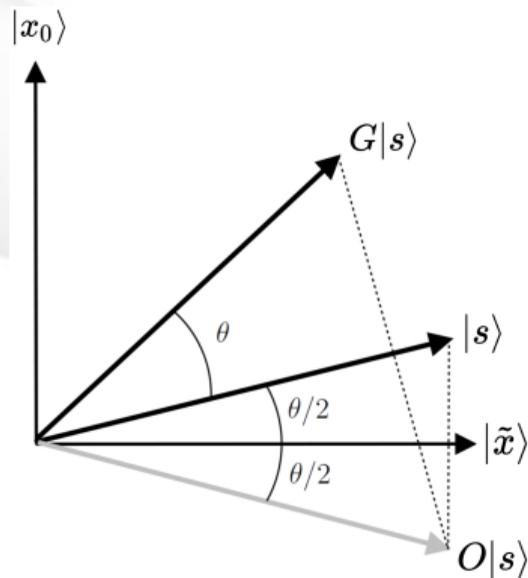
Quafu 量子计算云平台：Quafu 为北京量子信息科学研究院、中科院物理研究所和清华大学共同研发的量子计算云平台。<http://quafu.baqis.ac.cn>



The screenshot displays the Quafu quantum computing cloud platform interface. The interface is dark-themed and features a sidebar on the left with navigation options: Dashboard, Composer, Resources, Tasks, Applications, News, and Challenge. The main workspace is divided into two panels. The left panel shows a quantum circuit editor with a toolbar containing gates like X, Y, Z, H, T, S, and entangling gates like CNOT. The circuit diagram shows two qubits, q[0] and q[1], with a CNOT gate controlled by q[0] and targeting q[1]. The right panel shows a code editor with the following QASM code:

```
1  OPENQASM 2.0;
2  include "qelib1.inc";
3  qreg q[2];
4  creg c[2];
5  h q[0];
6  cx q[0],q[1];
7  measure q[0] -> c[0];
8  measure q[1] -> c[1];
```

量子搜索算法



- 搜索问题: 寻找 $x_0 \in \{0, 1\}^n$ 使得 $f(x_0) = 1$ 。
- 经典搜索算法: 搜索空间大小为 $N = 2^n$, 最多需要调用 $f(x)$ 函数 N 次。算法复杂度为 $\mathcal{O}(N)$ 。
- **量子搜索算法** (Grover's algorithm): 利用量子叠加原理, 设计初态

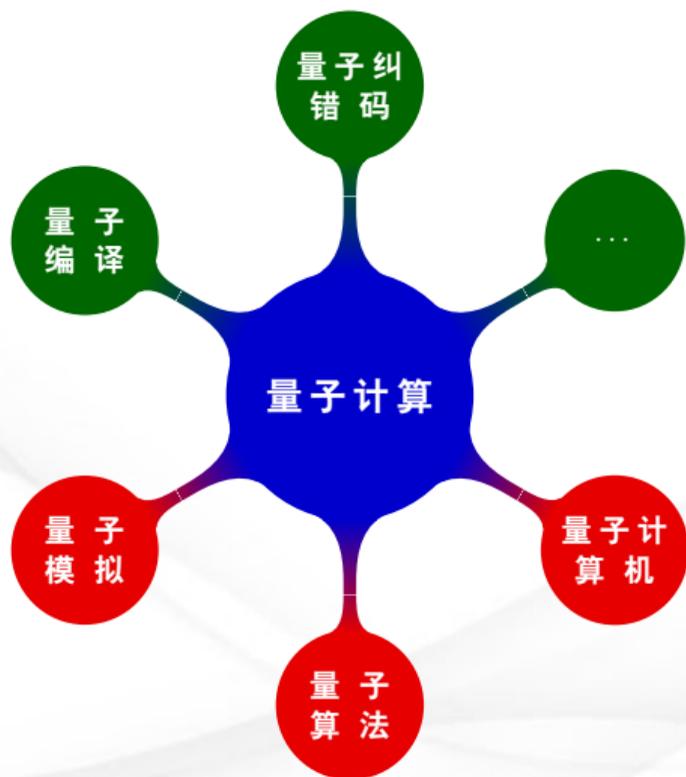
$$|s\rangle = \sum_{x \in \{0, 1\}^n} |x\rangle$$

通过量子门操作, 将初态转动到目标态 $|x_0\rangle$ 上。函数 $f(x)$ 最多调用 $\pi\sqrt{N}/4$ 次。算法复杂度为 $\mathcal{O}(\sqrt{N})$ 。

问题或评论

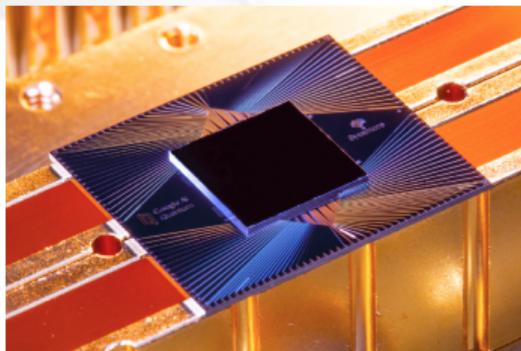
任何问题或评论？

为什么要研究量子计算?



量子计算机

- **量子计算机** (quantum computer) 是实现量子计算的物理机器。现阶段, 量子计算机的主要实现方式包括: 超导量子计算机, 离子阱量子计算机, 光量子计算机, 量子点量子计算机等。
- **量子优越性** (quantum advantage) 或**量子霸权** (quantum supremacy) 是指通过可编程的量子计算机解决经典计算机所不能解决的计算问题。



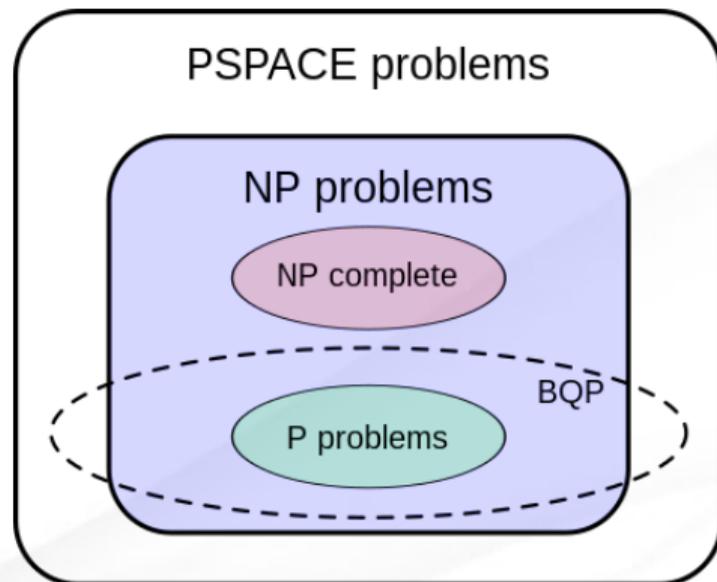
美国谷歌悬铃木 (Sycamore) 量子计算机



中国九章 (Jiuzhang) 量子计算机

量子算法

- 量子算法的核心问题：量子算法能够有效解决哪些经典算法不能有效解决的问题？
- 已知的具有优越性的量子算法主要依赖于量子傅里叶变换 (quantum fourier transform) 算法以及量子搜索算法。
- Quantum algorithm zoo 中文版：<https://www.qtumist.com/quantum-algorithm-zoo>；英文版：<https://quantumalgorithmzoo.org/>。
- 量子复杂度：BQP (bounded error quantum polynomial time) 问题与P问题以及NP问题的关系。



量子模拟



- **量子模拟** (quantum simulation): 通过量子计算机模拟其它量子系统的动力学过程。
- 量子计算机被广泛地相信可以有效模拟任何量子系统, 包括量子引力。
- 量子线路模型与量子可积模型的关系。
- Seth Lloyd: “整个宇宙就是一台大型量子计算机”。

问题或评论

任何问题或评论？

总结与展望

总结：

- Rolf Landauer: “Information is physics (信息就是物理)” .
- David Deutsch: “What computers can or can not compute is determined by the law of physics alone, and not by mathematics (计算机能算什么不能算什么只由物理法则决定, 而不是数学) .”

展望：

- 量子计算带来了新的技术革新, 将是新一轮科技革命的引擎。
- 量子信息为理论物理提供了新的研究范式。
- 从建造量子计算机到研究时空结构, 总有一款适合你!

致谢

欢迎各位同学参加王晓辉老师组织的量子信息学习小组！

欢迎各位同学报名创新创业训练计划！

谢谢各位同学的参与！